

**ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 10**  
**ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОНЦЕНТРАЦИИ ПРИМЕСЕЙ И ПАРАМЕТРОВ**  
**P-P-ПЕРЕХОДОВ ИЗ ИЗМЕРЕНИЙ ВОЛЬТ-ФАРАДНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК**

I. Основные уравнения для расчета барьерной емкости и электрического поля.

Пусть в некоторой плоскости полупроводника на расстоянии  $x_0$  от поверхности имеется переход от области p к области n (см. рис.1). Вследствие разных значений работ выхода электрона из областей n и p между областями n и p возникает контактная разность потенциалов  $U_k$  и электрическое поле (рис.2). Это электрическое поле отталкивает электроны внутрь области n, а дырки - внутрь области p. Между областями n и p образуется тонкий слой, называемый p-p-переходом, в котором почти нет свободных электронов и дырок, или обедненный, запирающий слой. В области n образуется положительный заряд ионизированных доноров  $Q^+$ , а в области p - равный ему по абсолютной величине отрицательный заряд ионизированных акцепторов  $Q^-$ .

При подаче на p-p-переход запирающего (обратного) напряжения  $U$  высота потенциального барьера между областями p и n возрастает на величину приложенного напряжения; возрастает также и электрическое поле в p-p-переходе, что приводит к расширению p-p-перехода и к возрастанию положительного заряда  $Q^+$  в области n и отрицательного заряда  $Q^-$  в области p. При подаче на p-p-переход прямого напряжения высота потенциального барьера уменьшается на величину прямого напряжения. P-p-переход сужается, заряды  $Q^+$  и  $Q^-$  уменьшаются. Таким образом, изменение напряжения, приложенного к p-p-переходу, приводит к изменению заряда в p-p-переходе, т.е. p-p-переход действует как емкость. Эту емкость называют барьерной, так как она связана с образованием потенциального барьера между областями n и p.

Для вычисления барьерной емкости найдем связь между постоянным обратным напряжением  $U$  и зарядом  $Q$  (в дальнейшем через  $Q$  обозначена абсолютная величина зарядов  $Q^+$  и  $Q^-$ ). Распределение потенциала в p-p-переходе описывается уравнением Пуассона. Считаем задачу плоской и одномерной. Тогда уравнение Пуассона принимает вид

$$\frac{d^2\Psi}{dx^2} = -\frac{\rho}{\xi_a} = -\frac{\rho}{\xi_0\xi},$$

(1)

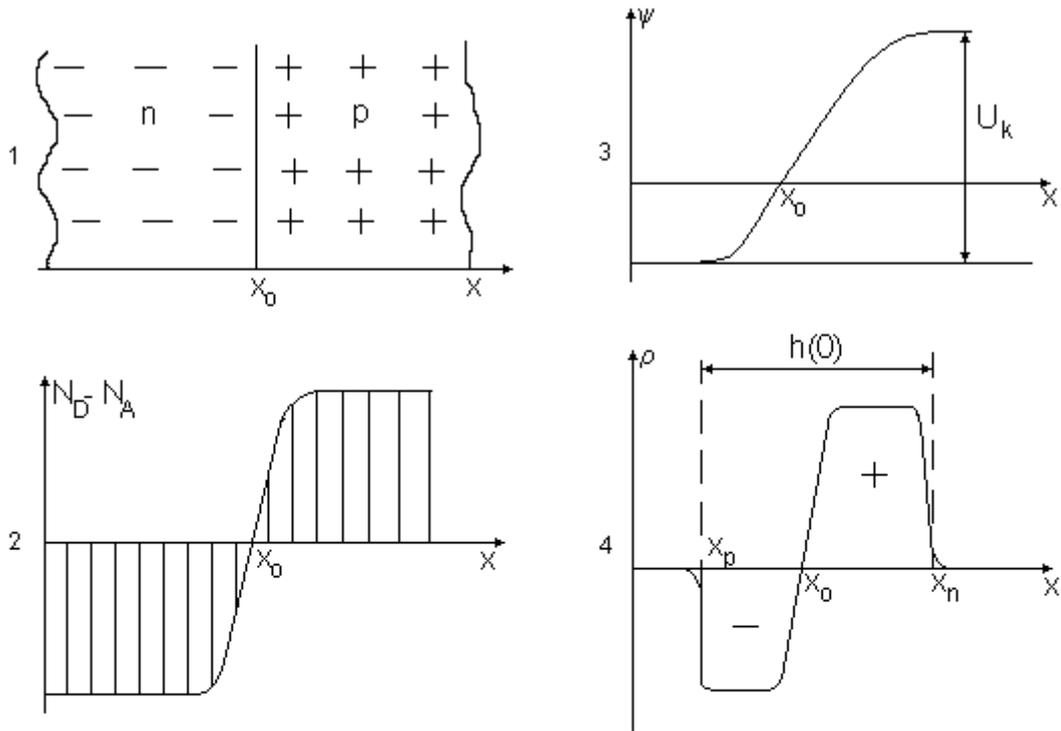


Рис.1-4. Р-п-переход при отсутствии внешнего напряжения

1 - граница областей р и п; 2 - распределение концентрации примесей в областях р и п; 3 - ход потенциала  $\Psi$ ; 4 - распределение плотности объемного заряда  $\rho$ ;  $x_0$ - расстояние от поверхности полупроводника до границы между областями р и п (глубина залегания р-п-перехода);  $N_D$ - концентрация доноров;  $N_A$ - концентрация акцепторов;  $U_k$ - высота потенциального барьера;  $x_p, x_n$  - границы р-п-перехода в областях р и п;  $h(0)$  - толщина р-п-перехода при  $U=0$ .

где  $\Psi = \Psi(x)$  - потенциал,  $\rho = \rho(x)$ - плотность объемного заряда,  $\xi_a$ - абсолютная диэлектрическая проницаемость среды,  $\xi_0$  - диэлектрическая проницаемость вакуума, в СИ  $\xi_0 = 8.85 \cdot 10^{-12}$  ф/м,  $\xi$  - относительная диэлектрическая проницаемость среды.

Предположив, что все примеси ионизированы, получим, что плотность объемного заряда дается выражением

$$\rho = e(N_D - N_A + p - n) \quad (2)$$

где  $N_D, N_A, n, p$  - концентрация доноров, акцепторов, электронов в зоне проводимости и дырок в валентной зоне соответственно,  $e$  - заряд электрона.

Для упрощения расчетов примем, что р-п-переход имеет резкие границы, т.е. вне р-п-перехода заряды ионизированных примесей полностью скомпенсированы подвижными зарядами, а внутри р-п-перехода нет подвижных зарядов. Тогда

$$\rho = e(N_D - N_A) = -e \cdot N(x) \quad (3)$$

Электрическое поле в некоторой плоскости  $x$  р-п-перехода соответствующее напряжению  $U$ , может быть найдено путем однократного интегрирования уравнения Пуассона:

$$E(U, x) = \frac{e}{\xi_a} \int_x^{x_n} N(x) \cdot dx = \frac{1}{\xi \cdot s} [Q - Q(x)], \quad (4)$$

где  $Q$  - заряд ионизированных примесей в р-п-переходе, соответствующий напряжению  $U$ ,  $Q(x)$  - заряд ионизированных примесей между  $x_0$  и  $x$ .

Полная разность потенциалов на р-п-переходе может быть получена путем двукратного интегрирования уравнения Пуассона с учетом граничных условий:

$$U + U_k = - \frac{e}{\xi_a} \int_{x_p}^{x_n} dx \cdot \int_x^{x_p} N(\zeta) d(\zeta) = \frac{e}{\xi_a} \left| \int_{x_p}^{x_n} x \cdot N(x) dx \right|. \quad (5)$$

Высота потенциального барьера между областями р и п определяется из выражения:

$$U_k = \frac{kT}{e} \cdot \left[ \ln \frac{p_p}{n_i} + \ln \frac{n_n}{n_i} \right] \quad (6)$$

где  $k$  - постоянная Больцмана ( $0.86 \times 10^{-4}$  эВ/град),  $T$  - абсолютная температура,  $n_i$  - концентрация электронов в зоне проводимости с собственном полупроводнике,  $p_p$ ,  $n_n$  - концентрация дырок в валентной зоне области р и электронов в зоне проводимости области п.

Если в одной из областей значение концентрации примеси равно или больше  $n_{кр}$  (вырожденный полупроводник), то значение  $U_k$  может быть определено из приближенного выражения

$$U_k = \frac{E_g}{2 \cdot e} + \frac{kT}{e} \cdot \ln \left( \frac{n_n}{n_i} \right) \quad (7)$$

где  $E_g$  - ширина запрещенной зоны,  $n_n = N_D - N_A$  при  $x = x_n$ .

Поскольку значения  $N_D$  и  $N_A$  зависят от координаты, значение  $U_k$  зависит от напряжения, так как при изменении напряжения перемещаются границы р-п-перехода. Зависимость  $U_k$  от  $U$  выражена слабо и поэтому ее можно будет не учитывать в дальнейшем.

Вычислим малые изменения заряда  $Q$  и напряжения  $U$ , соответствующие малому изменению толщины р-п-перехода. Дифференцируя выражение для заряда

$$Q = e \cdot s \int_{x_p}^{x_0} N(x) \cdot dx = e \cdot s \int_{x_0}^{x_n} N(x) \cdot dx \quad (8)$$

получаем

$$dQ = e \cdot s \left| N(x) \cdot dx_p \right| = e \cdot s \left| N(x_p) \cdot dx_n \right|. \quad (9)$$

Дифференцируя (5) с учетом зависимости пределов интегрирования от напряжения, получаем

$$dU = \frac{e}{\xi_0} \cdot \left( x_n \left| N(x_n) \cdot dx_n \right| - x_p \left| N(x_p) \cdot dx_p \right| \right) . \quad (10)$$

Барьерная емкость р-п-перехода равна производной заряда Q по напряжению U. Используя (9) и (10) получаем

$$C_{\bar{6}} = \frac{dQ}{dU} = \frac{\xi_a \cdot s}{h} \quad (11)$$

где  $h=(x_n-x_p)$  - толщина р-п-перехода.

Рассмотрим часто встречающийся случай, когда концентрация примесей в одной из областей много больше, чем в другой (например, сплавной диод с базой из электронного полупроводника). В этом случае р-область по своим свойствам приближается к металлу, поэтому можно считать, что весь заряд ионизированных акцепторов в области р расположен на ее границе с областью п, и пренебречь проникновением электрического поля внутрь области р, а также падением напряжения на в области р. Тогда толщина р-п-перехода равна толщине слоя объемного заряда в области п, т.е.  $h=x_n-x_0$ . Граничные условия для этого случая принимают вид

$$\Psi'_z \Big|_{x=x_n} = 0 \quad \text{и} \quad \Psi(x_0) = 0 \quad (12)$$

Интегрируя уравнение Пуассона с учетом граничных условий, получаем

$$U + U_k = \frac{e}{\xi_a} \cdot \int_{x_0}^{x_0+h} (x - x_0) \cdot N(x) \cdot dx \quad (13)$$

Дифференцируя (13) по параметру h:

$$\frac{dU}{dh} = \frac{e}{\xi_a} \cdot h \cdot N(x_0 + h) \quad (14)$$

где  $N(x_0+h)$  - значение  $N(x)$  при  $x=x_0+h$ .

Используя (11) и (14), получаем

$$\frac{dC_{\bar{6}}}{dU} = \frac{dC_{\bar{6}}}{dh} \cdot \frac{dh}{dU} = - \frac{\xi_a^2 \cdot s}{e \cdot h^3 \cdot N(x_0 + h)} \quad (15)$$

Выражение (15) можно представить в виде

$$N(x_0 + h) = - \frac{C_{\bar{6}}^3}{e \cdot \xi_a \cdot s^2} \cdot \left( \frac{dC_{\bar{6}}}{dU} \right)^{-1} \quad (16)$$

Из формулы (16) следует, что, зная зависимость  $C_{\bar{6}}(U)$ , можно найти распределение концентрации примесей в базе сплавного диода (в пределах перемещения границы р-п-

перехода при изменении напряжения от минимального, близкого к нулю, до максимально допустимого обратного напряжения).

### ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОНЦЕНТРАЦИИ ПРИМЕСЕЙ В Р-П-ПЕРЕХОДЕ

Найдем по известной зависимости барьерной емкости от напряжения распределение концентрации примесей в р-п-переходе. Для решения этой задачи найдем производную барьерной емкости по напряжению. Используя (11), получаем

$$\frac{dC_{\bar{6}}}{dU} = -\frac{\xi_a \cdot s}{h^2} \cdot \frac{dh}{dU} = -\frac{C_{\bar{6}}^3}{\xi_a \cdot s} \cdot \frac{dh}{dQ} \quad (17)$$

Используя очевидное соотношение  $dh = I dx_n + I dx_p$  (рис.1,2) и выражение (9), имеем после преобразований

$$\frac{dC_{\bar{6}}}{dU} = -\frac{C_{\bar{6}}^3}{e \cdot \xi_a \cdot s^2} \cdot \left[ \frac{1}{N(x_n)} + \frac{1}{N(x_p)} \right], \quad (18)$$

$$\frac{N(x_n) | N(x_p) |}{N(x_n) + | N(x_p) |} = \frac{2}{e \cdot \xi_a \cdot s^2} \cdot \left[ \frac{d(C_{\bar{6}}^{-2})}{dU} \right]^{-1}, \quad (19)$$

где  $x_n$  и  $x_p$  - границы р-п-перехода, соответствующие обратному напряжению  $U$ ,  $N(x_p) = N_D - N_A$  при  $x = x_n$ .

Из формулы (19) следует, что в общем случае концентрация примесей в р-п-переходе не может быть однозначно определена по зависимости барьерной емкости от напряжения, т.е. одной и той же зависимости барьерной емкости от напряжения могут соответствовать различные законы распределения примесей в р-п-переходе. Распределение примесей в р-п-переходе может быть найдено лишь при наличии дополнительных условий, связывающих значения  $N(x_n)$  и  $N(x_p)$ . Рассмотрим некоторые частные случаи.

#### 1. Концентрация примесей в одной из областей много больше, чем в другой.

Такое соотношение имеет место в сплавных р-п-переходах, а также в р-п-переходах, созданных путем кратковременной диффузии или кратковременного эпитаксиального наращивания; эти способы позволяют получить р-п-переходы с весьма малой глубиной залегания (примерно 0.2 мкм). Такие р-п-переходы могут быть созданы специально с целью исследования распределения концентрации примесей. При  $N(x_p) \gg N(x_n)$  формулы (18) и (19) принимают вид

$$N(x_p) = \frac{2}{\xi_a \cdot e \cdot s^2} \cdot \left[ \frac{d(C_{\bar{6}}^{-2})}{dU} \right]^{-1} = -\frac{C_{\bar{6}}^2}{e \cdot \xi_a \cdot s^2} \cdot \left( \frac{dC_{\bar{6}}}{dU} \right)^{-1} \quad (20)$$

Формула (20) совпадает с формулой (16). Выразим  $N(x_n)$  в обратных кубических сантиметрах,  $C_6$  - в пикофарадах,  $s$  - в сантиметрах квадратных и  $dC_6/dU$  - в пикофарадах/вольт. Тогда формула (20) принимает вид

$$N(x_n) = \frac{1.42 \cdot 10^8}{\xi \cdot s^2} \cdot \left[ \frac{d(C_6^{-2})}{dU} \right]^{-1} = -\frac{0.71 \cdot 10^8 \cdot C_6^3}{\xi \cdot s^2} \cdot \left( \frac{dC_6}{dU} \right)^{-1} \quad (21)$$

Рассмотрим наиболее распространенные случаи распределения концентрации примесей.

а. Пусть  $N(x)=N_0=\text{const}$  (сплавной  $p^+$ -переход с однородной базой). В этом случае из (6) и (11) получаем

$$h = \sqrt{\frac{2 \cdot \xi_a \cdot (U + U_k)}{e \cdot N_0}} \quad (22)$$

$$C_6 = s \cdot \sqrt{\frac{e \cdot \xi_a \cdot N}{2 \cdot (U + U_k)}} \quad (23)$$

или

$$\left( \frac{s}{C_6} \right)^2 = \frac{2 \cdot (U + U_k)}{e \cdot \xi_a \cdot N_0} = v \cdot (U + U_k) \quad (24)$$

где

$$v = \frac{2}{e \cdot \xi_a \cdot N_0} .$$

Если в (24) выразить  $C_6$  в пикофарадах,  $s$  - в кв. см.,  $N_0$  - в обратных кубических см и  $(U+U_k)$  - в вольтах, то коэффициент  $v$ , входящий в (24) определяется из выражения

$$v = \frac{1.42 \cdot 10^8}{\xi \cdot N_0} . \quad (25)$$

Выражение (24) представляет собой уравнение прямой в координатах  $(s/C_6)^2$  по координате  $Y$ , а  $U$  - по оси  $X$ . Наклон этой прямой позволяет определить концентрацию примесей в базе диода, а сама прямая отсекает от оси абсцисс отрезок, равный  $U_k$  (рис.3).

С остальными частными случаями распределения примеси (ступенчатое распределение примеси, наличие градиента примеси в одной из областей  $p$ - $n$ -перехода) можно будет ознакомиться в монографии [1].

## 2. P-n-переход, изготовленный диффузией.

Пусть задана концентрация примеси в газе, из которого производится диффузия в полупроводник. Тогда распределение концентрации примеси, продиффундировавшей в полупроводник, может быть определено из приближенного выражения

$$N_1(x) = N_n \cdot \left[ 1 - \operatorname{erf} \left( \frac{x}{2 \cdot \sqrt{D \cdot t}} \right) \right] , \quad (23)$$

где

$$\operatorname{erf}(y) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \cdot \int_0^y \exp(-\alpha^2) \cdot d\alpha . \quad (24)$$

Здесь  $N_n$  - концентрация введенной примеси на поверхности полупроводника,  $x$  - расстояние от поверхности полупроводника,  $D$  - коэффициент диффузии примеси,  $t$  - время диффузии примеси. Обозначим через  $N_0$  первоначальную концентрацию примеси в полупроводнике. Для определенности будем считать, что полупроводник электронный, а вводимая примесь - акцепторы. Тогда распределение концентрации примесей в р-п-переходе определяется из выражения (рис.5):

$$N(x) = N_D - N_A = N_0 - N_n \cdot \left[ 1 - \operatorname{erf} \left( \frac{x}{2 \cdot \sqrt{D \cdot t}} \right) \right] . \quad (25)$$

Рассмотрим два предельных случая. В первом случае, когда р-п-переход расположен близко к поверхности полупроводника (рис.5, штриховая линия), распределение концентрации примеси близко к ступенчатому (резкий р-п-переход) и зависимость емкости от напряжения описывается формулой (23). В другом предельном случае, когда глубина залегания р-п-перехода велика, распределение концентрации примесей в р-п-переходе близко к линейному даже при небольшой толщине р-п-перехода, соответствующей максимальному обратному напряжению. В этом предельном случае можно принять, что концентрация примесей в р-п-переходе изменяется по линейному закону (плавный р-п-переход):

$$N(x) = N_D - N_A = a \cdot (x - x_0) , \quad (25)$$

где  $a=(dN/dx)$  при  $x=x_0$  - градиент концентрации примесей в р-п-переходе.

Используя (5) и (11), получаем

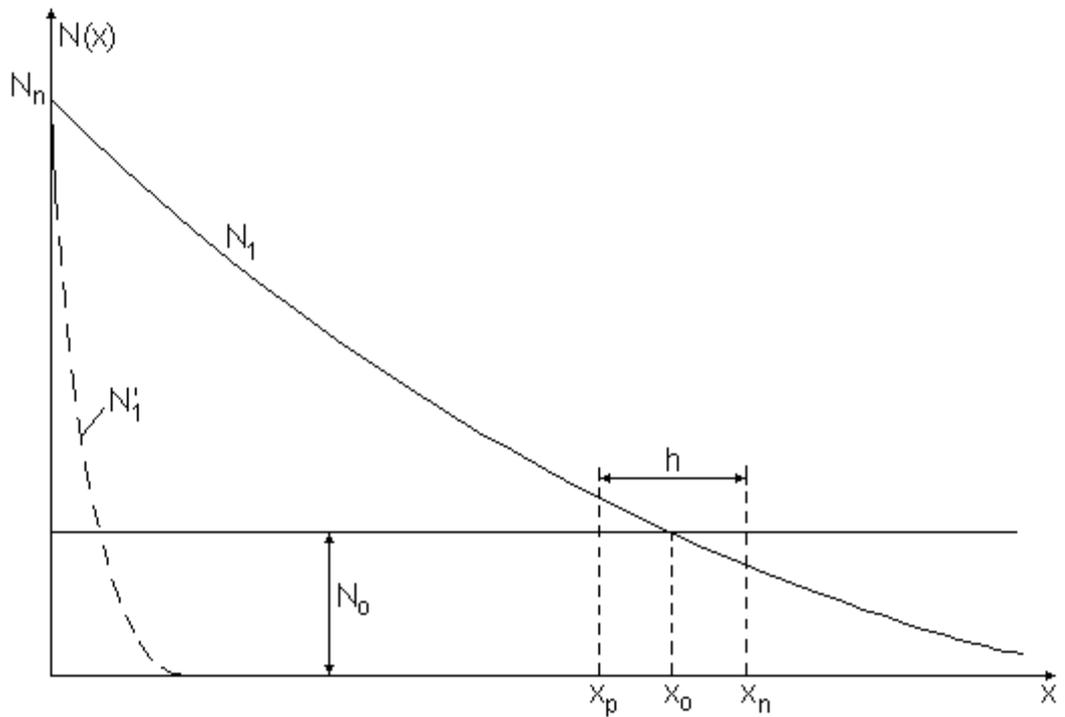


Рис.5. Распределение концентрации примесей в р-п-переходе, изготовленном диффузией  $N_0$ - первоначальная концентрация примеси в базе (доноров);  $N'_1, N_1$  - концентрация примеси (акцепторов), введенной диффузией при произвольной и при малой глубинах диффузии;  $x_p, x_n$ - границы р-п-перехода в областях р и п;  $h$  - толщина р-п-перехода.

$$h = \sqrt[3]{\frac{12 \cdot \xi_a \cdot (U + U_k)}{e \cdot a}} \quad (26)$$

и

$$\left(\frac{s}{C_6}\right)^3 = \frac{12 \cdot (U + U_k)}{e \cdot a \cdot \xi_a^2} = m \cdot (U + U_k) \quad , \quad (27)$$

где

$$m = \frac{12}{e \cdot a \cdot \xi_a^2} \quad . \quad (28)$$

Если в (28) выразить  $C_6$  в пикофарадах,  $s$  - в квадратных сантиметрах,  $U + U_k$  - в вольтах и  $a$  - в обратных сантиметрах в четвертой степени, то коэффициент  $m$ , входящий в (28), определяется из выражения

$$m = \frac{1.09 \cdot 10^{15}}{\xi^2 \cdot a} \quad . \quad (29)$$

Выражение (28) представляет собой уравнение прямой в координатах  $(s/C_6)^3$  и  $U$ ; наклон этой прямой позволяет определить градиент концентрации примесей в р-п-переходе, а сама прямая отсекает на оси абсцисс отрезок равный  $U_k$ . Напомним, что

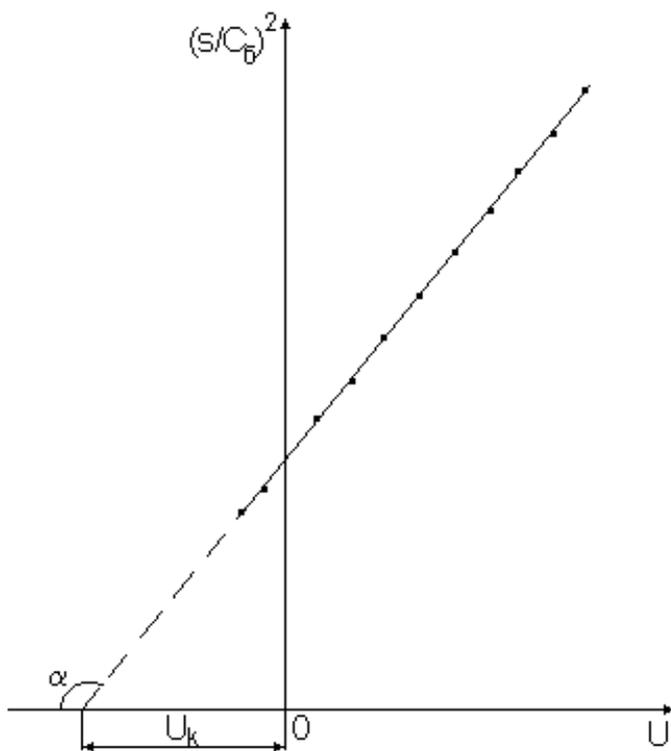


Рис.6. Зависимость  $(s/C_B)^2$  от напряжения  $U$  для сплавного перехода с однородной базой;  $\operatorname{tg} \alpha = 2/e \cdot \xi_a \cdot N_0$ .

в выражение (6) входят значения  $N(x)$  на границах р-п-перехода. Поэтому для  $U_k$  справедливо выражение

$$U_k = 2 \cdot \frac{k \cdot T}{e} \cdot \ln \frac{a \cdot h}{2 \cdot n_i} \quad (3.0)$$

## ОПИСАНИЕ УСТАНОВКИ

Основная проблема, которую надо решить при измерениях барьерной емкости, это учет активного шунтирующего сопротивления, обусловленного проводимостью р-п-перехода. Из-за большой величины проводимости р-п-перехода измерения на обычных цифровых измерителях емкости невозможна.

В данной установке измерение барьерной емкости производится мостовым способом, который заключается в уравнивании плеч моста по емкостной и активно-омической проводимости и с последующим отсчетом емкости, соответствующей балансу. На рис.7 приведена упрощенная схема установки, а на рис.8 - полная схема. Симметричные обмотки согласующего трансформатора являются плечами моста. Индикатором баланса служит осциллограф С1-74, у которого выключена пилообразная развертка, и на пластины X подается усиленный по напряжению сигнал от генератора гармонических колебаний ГЗ-118. На вход Y осциллографа подается сигнал рассогласования с моста. На экране осциллографа наблюдается наклонно расположенный эллипс, характерный для несбалансированного моста. Наклон эллипса обусловлен сдвигом фазы сигнала из-за несоответствия емкостей р-

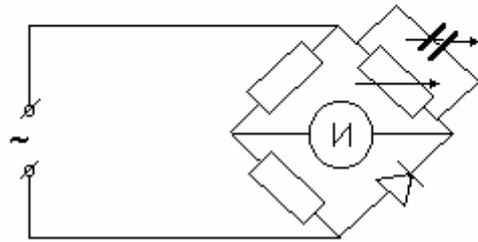


Рис.7. Упрощенная блок-схема установки для снятия вольт-фарадных характеристик

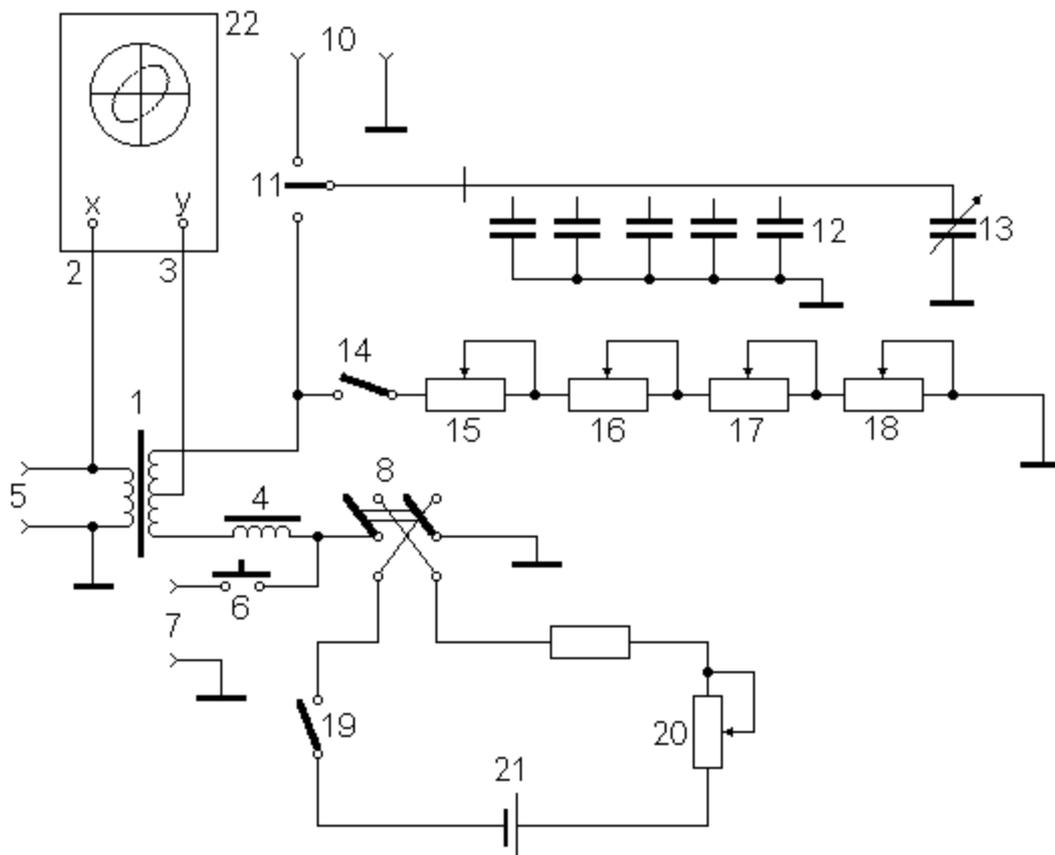


Рис.8. Схема измерительной установки.

1 - согласующий трансформатор; 2,3 - выходы на осциллограф X,Y; 4 - дроссель; 5 - вход сигнала с ГЗ-118; 6 - кнопка включения измерителя U; 7 - выход на В7-27; 8 - переключатель полярности U; 9 - исследуемый р-п-переход (диод); 10 - выход к цифровому измерителю емкости Е8-4; 11 - переключатель "измерение-отсчет емкости"; 12 - переключатель конденсаторов с фиксированной емкостью; 13 - переменный конденсатор; 14 - включение омической нагрузки в цепь измерений; 15-18 - переменные сопротивления; 19 - включение U смещения; 20 - установка U плавно; 21 - батарея; 22 - осциллограф С1-74.

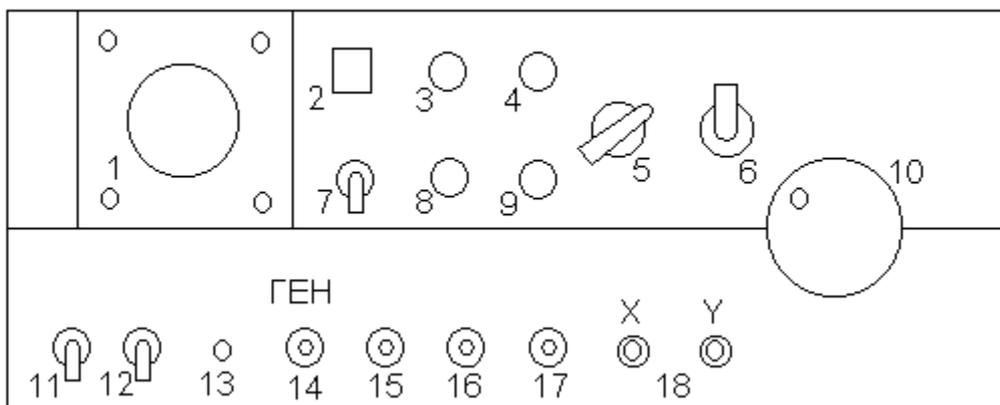


Рис.9. Лицевая панель измерительного блока

1 - напряжение  $U$  плавно; 2 - кнопка вкл. измерение  $U$ ; 3,4,8,9 - переменные сопротивления 18 КОм, 100 КОм, 1КОм, 180 Ом соответственно, при вращении ручек по часовой стрелке  $R$  уменьшается; 6 - тумблер "отсчет-работа"; 7 - тумблер "вкл. омических сопротивлений"; 10 - штурвал плавной подстройки емкости переменного конденсатора; 11 - тумблер "вкл. смещение  $U$ "; 12 - тумблер "полярность  $U$ "; 13 - шнур измерительный  $U$  (В7-27); 14,15 - гнезда к генератору ГЗ-118 и измерителю конденсаторов Е8-4 соответственно; 16,17 - гнезда ко входам осциллографа С1-74; 18 - клеммы для подсоединения исследуемого р-п-перехода (диода).

п-перехода и изменяемой радиоемкости в плече моста. Дисбаланс по активной (омической) составляющей увеличивает диаметр эллипса по оси  $Y$ . Управляя ручками изменения значения радиоемкости и значением активного сопротивления добиваются изображения сигнала в виде прямой линии, расположенной горизонтально. Затем, переключив переменную емкость на отсчет, считывают значение емкости, численно равное значению барьерной емкости р-п-перехода.

### ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

1. Включить приборы, входящие в состав установки:  
С1-74, ГЗ-118, Е8-4, В7-27 и дать им прогреться.
2. Установить исследуемый диод (р-п-переход) в клеммы измерительного блока.
3. Установить тумблер 6 (рис.9) в режим "Измерение", ручками переменных сопротивлений 3, 4, 8, 9 и ручками изменения емкостей 5, 10 установить баланс по активной и реактивной составляющей (горизонтальная линия на экране осциллографа).
4. Перевести тумблер 6 в положение "Отсчет" и произвести отсчет значения емкости с прибора Е8-4.
5. Снять частотную характеристику емкости р-п-перехода, для чего изменяя частоту генератора от 10 кГц до 200 кГц через 10 кГц измерить значения емкости р-п-перехода.

6. Найти область частот, где значение емкости не изменяется и имеет максимальное значение. В дальнейшем вольт-фарадную характеристику снимать на частоте, при которой емкость максимальна.

7. Снять вольт-фарадную характеристику образца. Для этого изменяя напряжение на образце от +0.4 до -3 вольт с шагом 0.2 В измерить значение емкости смещенного р-п-перехода при каждом значении напряжения. С подачей положительного напряжения на р-п-переход значение емкости р-п-перехода увеличивается, это является ориентиром для определения полярности подаваемого напряжения. Подавать напряжение больше 0.5 В в прямом (положительном) направлении запрещается, так как при больших прямых напряжениях активная компонента проводимости плеча моста резко возрастает и значения найденных емкостей будут иметь неверное значение.

8. Построить графики:

а) частотной зависимости емкости р-п-перехода, по оси Y - значение C, по оси X - частота в логарифмическом масштабе;

б) зависимость  $(s/C)$  в квадрате или в кубе как функция напряжения.

9. Найти контактную разность потенциалов  $U_k$ , толщину слоя объемного заряда (толщину р-п-перехода), определить концентрацию носителей заряда в случае резкого р-п-перехода или градиент концентрации примеси в случае р-п-перехода.

### **ЛИТЕРАТУРА**

1. Л.С.Берман “Емкостные методы исследования полупроводников” Ленинград, Наука, 1972.